

Géométrie

Point

Un point n'a pas de dimension : c'est le plus petit objet géométrique imaginable. Il a pour longueur 0, pour largeur 0, pour hauteur 0.

On ne peut le représenter que de manière indirecte, par un signe servant de repère (une croix par exemple).

On considère que tous les objets géométriques (lignes, surfaces, solides) sont des ensembles de points.

Ligne

Une ligne est un objet géométrique de dimension 1. Un fil très fin en donne une bonne image ; cependant, le fil a toujours une épaisseur, alors que la ligne n'en a pas.

Une ligne peut être droite ou courbe, finie ou infinie. Si elle est finie, elle a une longueur mesurable.

Droite

Une droite est une ligne "droite" illimitée.

L'adjectif "droite" peut être défini mathématiquement ("le plus court chemin d'un point à un autre est la ligne droite" ; théorie mathématique abstraite de l'algèbre linéaire) ou physiquement ("un fil tendu est droit" ; "la lumière se déplace en ligne droite"). Chacune de ces explications pourrait être développée longuement.

Demi-droite

Un point appartenant à une droite la partage en deux demi-droites.

Par exemple, si A appartient à la droite (xy), il la partage en :

* une demi-droite [Ax) d'origine A, illimitée dans la direction x ;

* une demi-droite (Ay] d'origine A, illimitée dans la direction y.

Alors qu'une droite est illimitée dans les deux directions opposées, une demi-droite est limitée d'un côté et illimitée de l'autre.

Segment

Un segment de droite est une portion de droite limitée par deux points.

Ces deux points sont les extrémités du segment.

On note [A B] le segment qui a pour extrémités les points A et B.

Un segment étant une ligne droite limitée, il n'a pas d'épaisseur, mais il a une longueur mesurable.

Quelle que soit sa longueur, il est toujours formé d'une infinité de points.

Le point du segment qui est situé à égale distance des extrémités est son milieu.

Distance

La distance entre deux points A et B est la longueur du segment [AB].

Voir : segment

Milieu

Le milieu d'un segment est le point de ce segment qui est à égale distance de ses extrémités.

Si M est le milieu du segment [AB], alors : $MA = MB = AB / 2$.

Les points A et B sont alors symétriques par rapport à M.

Axe

Premier sens :

Droite graduée orientée (par exemple l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées...).

Deuxième sens :

Axe de symétrie. (Rappelons qu'un axe de symétrie est toujours une droite.)

Dans le cas d'une symétrie orthogonale : deux points distincts A et B sont symétriques par rapport à une droite d si d est la médiatrice du segment [AB].

(Attention : il existe des symétries axiales non orthogonales.)

Surface

Une surface est un objet géométrique de dimension 2. Une feuille de papier très fine en donne une bonne image ; cependant, la feuille de papier a toujours une épaisseur, alors qu'une surface n'en a pas.

Une surface peut être **plane** ou **courbe** (comme la sphère par exemple), **limitée** ou **illimitée**.

Si elle est limitée, on peut évaluer **son aire**.

Plan

Un plan est une surface plane illimitée.

Que signifie "surface plane" ?

Pour répondre à cette question, le maçon va utiliser ses outils (règles, niveaux ...) ; le physicien va préférer les techniques optiques (laser, interférences).

La réponse du mathématicien est abstraite et se base sur les espaces vectoriels de dimension 2.

Ces diverses approches sont en bon accord.

Aire

Lorsqu'on mesure une surface, on évalue son aire.

Pour mesurer les aires, on utilise les unités suivantes :

Unité de base : le mètre carré (m^2), qui correspond à l'aire d'un carré de 1 mètre de côté.

Multiples :

- * $1 \text{ dam}^2 = 100 \text{ m}^2$
- * $1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$
- * $1 \text{ km}^2 = 1000000 \text{ m}^2$

Sous-multiples :

- * $1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2$
- * $1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$
- * $1 \text{ mm}^2 = 0,000001 \text{ m}^2$

Autres unités :

- * $1 \text{ a (are)} = 1 \text{ dam}^2$
- * $1 \text{ ha (hectare)} = 1 \text{ hm}^2$
- * $1 \text{ ca (centiare)} = 1 \text{ m}^2$

Tableau de conversions :

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	ha	a	ca			

Polygone

En géométrie plane : un polygone est une ligne brisée fermée.

Un polygone à 3 côtés est un triangle ;

Un polygone à 4 côtés est un quadrilatère ;

Un quadrilatère est un polygone à quatre côtés. Il a quatre sommets et deux diagonales. La somme des angles d'un quadrilatère est toujours égale à 360° . Un quadrilatère régulier est un carré. Quadrilatères particuliers : carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze

Un polygone à 5 côtés est un pentagone ;

Un polygone à 6 côtés est un hexagone ;

Un polygone à 7 côtés est un heptagone ;

Un polygone à 8 côtés est un octogone ;

Un polygone à 9 côtés est un nonagone (ou ennéagone) ;

Un polygone à 10 côtés est un décagone ;

Un polygone à 11 côtés est un endécagone ;

Un polygone à 12 côtés est un dodécagone ;

Quadrilatère

Un quadrilatère est un polygone à quatre côtés. (Voir : [polygones](#).)

Il a quatre sommets et deux diagonales.

La somme des angles d'un quadrilatère est toujours égale à 360° .

Carré

I) En géométrie :

Un carré est un quadrilatère qui a quatre **côtés** égaux et quatre **angles** droits.

propriétés :

- * Les côtés opposés sont parallèles deux à deux.
- * Les diagonales sont perpendiculaires et de même longueur, et se coupent en leur milieu.
- * Le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie du carré. C'est aussi le centre du cercle et celui du cercle inscrit.
- * Le carré a quatre axes de symétrie ; ce sont les deux diagonales, et les droites qui joignent les milieux des côtés opposés.
- * Périmètre du carré : $p = 4c$ (où c représente la mesure d'un côté).
- * Aire du carré : $A = c \times c = c^2$.

Remarques :

- * Un carré est à la fois un parallélogramme particulier (puisque ses côtés opposés sont parallèles 2 à 2), un rectangle (parce qu'il a 4 angles droits) et un losange (parce qu'il a 4 côtés égaux).
- * Si un quadrilatère est à la fois un rectangle et un losange, alors c'est nécessairement un carré.
- * Si un rectangle a deux côtés consécutifs égaux, alors c'est un carré.

- * Si un losange a un angle droit, alors c'est un carré.
- * Si un quadrilatère a deux diagonales se coupant en leur milieu, de même longueur et perpendiculaires, alors c'est un carré.

Rectangle

Un rectangle est un quadrilatère qui a quatre angles droits.

Propriétés du rectangle :

- Les côtés opposés sont parallèles deux à deux
- Les côtés opposés sont de même longueur deux à deux
- Les diagonales se coupent en leur milieu et sont de même longueur
- Le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie du rectangle ; c'est aussi le centre de son cercle circonscrit
- Le rectangle a deux axes de symétrie : ce sont les droites qui joignent les milieux des côtés opposés
- Périmètre du rectangle : $p = 2(L + l)$ (où L représente la longueur et l la largeur)
- Aire du rectangle : $A = L \times l$.

Remarques :

- * Un rectangle dont la longueur et la largeur sont égales est un carré.
- * Si un quadrilatère a trois angles droits, alors il en a nécessairement quatre, et c'est un rectangle.
- * Un rectangle est un parallélogramme particulier.
- * Si un parallélogramme a un angle droit, alors il en a nécessairement quatre, et c'est un rectangle.
- * Si un parallélogramme a deux diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

Losange

Un losange est un quadrilatère qui a quatre côtés de même longueur.

Propriétés du losange :

- * Les côtés opposés sont parallèles deux à deux ;
- * Les angles opposés sont égaux deux à deux ;
- * Les diagonales se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.
- * Le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie du losange.
- * Il y a deux axes de symétrie : ce sont les diagonales.
- * Périmètre du losange : $p = 4c$ (où c désigne la longueur d'un côté).
- * Aire du losange : $A = d_1 * d_2 / 2$ (où d_1 et d_2 désignent les longueurs des 2 diagonales).

Remarques :

- * Si un losange a un angle droit, alors il a nécessairement quatre angles droits, et c'est un carré.
- * Un losange est un parallélogramme particulier.
- * Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux, alors c'est un losange.
- * Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

Parallélogramme

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Autres propriétés du parallélogramme :

- * Les côtés opposés sont égaux deux à deux
- * Les angles opposés sont égaux ;
- * Les diagonales se coupent en leur milieu ;
- * Le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie.
- * Un parallélogramme quelconque n'a pas d'axe de symétrie.
- * Périmètre du parallélogramme : $p = 2(c_1 + c_2)$ (où c_1 et c_2 représentent les mesures de 2 côtés consécutifs).
- * Aire du parallélogramme : $A = b * h$ (où b désigne la base : $b = CD$, et h la hauteur : $h = AH$). On peut choisir n'importe quel côté comme base, mais la hauteur doit être perpendiculaire à la base choisie.

Remarques :

- * Les losanges, les rectangles et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.
- * Si un quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.
- * Si un quadrilatère convexe a des côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
- * Si un quadrilatère convexe a deux côtés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- * Si un parallélogramme a un angle droit, alors il en a nécessairement quatre, et c'est un rectangle.
- * Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors ses quatre côtés sont de même longueur, et c'est un losange.
- * Si un parallélogramme a des diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.
- * Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.

* Si un parallélogramme a des diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré.

Trapèze

Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés parallèles (et seulement deux).

Triangle

Un triangle est un polygone à trois **côtés**.

Il a également trois **sommets**.

Propriétés :

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° .

Aire du triangle : $A = b \times h / 2$ (où b est la mesure d'un côté quelconque choisi comme base, et h la mesure de la hauteur correspondante, obligatoirement perpendiculaire à la base choisie).

Triangles particuliers :

Triangle isocèle : c'est un triangle qui a deux côtés égaux.

Propriétés :

Il a aussi deux angles égaux.

Il a un axe de symétrie, qui est la droite joignant le sommet principal avec le milieu de la base. (C'est aussi la médiatrice de la base, une médiane, une hauteur et une bissectrice du triangle.)

Triangle équilatéral : c'est un triangle qui a trois côtés égaux.

Propriétés :

Il a trois angles égaux, mesurant 60° chacun.

Il a trois axes de symétrie : ce sont les médiatrices des côtés.

Il n'a pas de centre de symétrie.

Triangle rectangle : c'est un triangle qui a un angle droit.

Le plus long des trois côtés (celui qui est opposé à l'angle droit) est appelé : **hypoténuse**.

Propriétés :

Les deux angles aigus d'un triangle rectangle sont toujours complémentaires (ce qui veut dire que leur somme est égale à 90°).

Théorème de Pythagore :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés de ses deux autres côtés.

Réciproque :

Si le carré de l'un des côtés d'un triangle est égal à la somme des carrés de ses deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Triangle quelconque : c'est un triangle qui n'a aucune des particularités évoquées ci-dessus.

Droites remarquables du triangle : médiane, hauteur, médiatrice, bissectrice.

Angle

Un angle est une portion de plan limitée par deux demi-droites de même origine.

On peut mesurer les angles à l'aide d'un **rporteur**.

Les unités de mesure des angles sont : le degré ($^\circ$), le grade (gr) et le radian (rad).

Un angle droit mesure : 90° soit 100 gr soit $\pi / 2$ rad.

Les sous-multiples du degré sont la minute d'angle ($'$) et la seconde d'angle ($''$).

$1^\circ = 60'$ et $1' = 60''$ (donc $1^\circ = 3600''$).

Un angle de 0° est nul ;

un angle de 90° est droit ;

un angle de 180° est plat ;

un angle de 360° est plein (ou total) ;

un angle qui mesure moins de 180° est saillant ;

un angle qui mesure plus de 180° est rentrant ;

un angle qui mesure moins de 90° est aigu ;

un angle qui mesure plus de 90° (mais moins de 180°) est obtus.

Deux angles sont complémentaires si leur somme est égale à 90° ; ils sont supplémentaires si leur somme est égale à 180° .

Deux secteurs angulaires sont adjacents s'ils ont le même sommet et un côté commun.

Deux secteurs angulaires sont **opposés par le sommet** s'ils ont le même sommet, et sont symétriques par rapport à celui-ci.

La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui le partage en deux angles adjacents et superposables ; c'est une partie de l'axe de symétrie de l'angle. (L'axe de symétrie n'est pas une demi-droite, mais une droite.)

La somme des angles d'un triangle est toujours égale à 180° .

La somme des angles d'un quadrilatère est égale à 360° .

La somme des angles d'un polygone à n côtés est égale à : $(n - 2) * 180^\circ$.

Base

En géométrie :

Base d'un triangle : côté choisi arbitrairement.

L'aire du triangle se calcule par la formule : $A = b * h / 2$ (où A représente l'aire, b la base, h la hauteur).

Attention : la hauteur doit être perpendiculaire à la base choisie.

Base d'un parallélogramme : côté choisi arbitrairement.

L'aire du parallélogramme se calcule par la formule : $A = b * h$ (où A représente l'aire, b la base, h la hauteur).

Attention : la hauteur doit être perpendiculaire à la base choisie.

Bases du trapèze : les deux côtés parallèles.

Les pyramides ont une base polygonale ; les prismes en ont deux.

Les cônes de révolution ont une base circulaire ; les cylindres en ont deux.

Sommet

Un polygone (ligne brisée fermée) est défini par ses sommets (qui sont des points) et par ses côtés (qui sont des segments).

Un polyèdre (solide à faces polygonales) est défini par ses sommets (points), ses arêtes (segments) et ses faces (surfaces planes polygonales).

Un angle est défini par son sommet (point) et ses côtés (demi-droites).

Hauteur

Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.

Le point d'intersection d'une hauteur avec le côté opposé est appelé : pied de la hauteur.

La mesure du segment qui joint le sommet avec le pied de la hauteur est aussi appelée hauteur ; le mot "hauteur", pris dans ce sens, désigne donc un nombre (mesure d'un segment) et non une droite.

Propriété :

Les trois hauteurs d'un triangle sont toujours concourantes.

Leur point d'intersection est l'orthocentre du triangle.

Hauteur d'un trapèze ou d'un parallélogramme : distance entre deux côtés parallèles, appelés bases.

Hauteur d'un prisme droit : distance entre les plans des deux bases. Cette distance se mesure perpendiculairement à ces deux plans.

Hauteur d'une pyramide : distance entre le sommet de la pyramide et le plan de la base.

Hauteur d'un cylindre de révolution : distance entre les centres des deux bases.

Hauteur d'un cône de révolution : distance entre le sommet et le centre de la base.

Longueur

Lorsqu'on mesure une ligne, on évalue sa longueur.

Pour cela, on utilise le plus souvent (depuis 1790-1795) les unités du système métrique :

Unité de base : le [mètre](#) (m).

Longueur d'un rectangle :

Dans un rectangle quelconque (non carré), les côtés opposés sont égaux deux à deux.

La mesure (commune) des côtés les plus longs est la longueur du rectangle.

Largeur

Dans un rectangle quelconque (non carré), les côtés opposés sont égaux deux à deux.

La mesure (commune) des côtés les plus courts est la largeur du rectangle.

La mesure (commune) des côtés les plus longs est la longueur du rectangle.

Diagonale

Une diagonale est un **segment** qui joint deux sommets non consécutifs d'un polygone.

Bissectrice

La bissectrice d'un angle est **une demi-droite** (ou une droite) qui le partage en deux parties superposables.

Propriété caractéristique : si un point appartient à la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des deux côtés de cet angle (et réciproquement).

Dans un triangle, les bissectrices des trois angles sont toujours concourantes. Leur point d'intersection est le centre du cercle inscrit. Ce cercle est tangent aux trois côtés du triangle.

Médiane

Dans un triangle, une médiane est **une droite** qui passe par un sommet et qui coupe le côté opposé en son milieu.

Propriété :

Les trois médianes d'un triangle sont toujours concourantes.

Leur point d'intersection est le centre de gravité du triangle.

Médiatrice

Définition (en géométrie plane) :

La médiatrice d'un segment est **la droite** qui coupe ce segment en son milieu perpendiculairement.

Propriété caractéristique :

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
Réciproquement, si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à sa médiatrice.

Parallèle

En géométrie plane, deux droites quelconques sont toujours soit sécantes, soit strictement parallèles, soit confondues.
Dans le premier cas, elles ont un point commun unique : c'est leur point d'intersection.
Dans le deuxième cas, elles n'ont aucun point commun.
Dans le troisième cas, elles ont une infinité de points communs.

Perpendiculaire

Deux droites perpendiculaires sont toujours sécantes (donc coplanaires). Elles partagent le plan en quatre secteurs angulaires superposables (angles droits).

Côté

Dans un polygone : un côté est **un segment qui joint deux sommets consécutifs**. Voir [polygone](#).
Dans un angle (ou secteur angulaire) : les côtés sont les deux **demi-droites** qui limitent l'angle. Voir [angle](#).

Cercle

Un cercle est une ligne plane courbe fermée, dont tous les points sont situés à égale distance d'un point donné appelé **centre**.
Tous les rayons d'un même cercle ont la même mesure. Cette mesure est aussi appelée **rayon**.
Appelons r le **rayon** d'un cercle (donc la mesure de ses rayons) et d son **diamètre**.
On a alors : $d = 2 r$.
Le **périmètre** du cercle est donné par la formule : $p = 2\pi r = \pi d$;
Le **disque** est la surface limitée par le cercle
L'**aire** du **disque** a pour aire : $A = \pi r^2$.

Corde

Segment qui joint deux points quelconques d'un même cercle.

Disque

Un disque est une **surface** plane dont la frontière est un cercle.
Voir : [cercle](#).

Diamètre

Un diamètre d'un cercle est une **corde** passant par le **centre**.
Deux points d'un cercle sont diamétralement opposés s'ils sont les extrémités d'un même diamètre. Ils sont alors symétriques par rapport au centre du cercle.
Les diamètres d'un cercle sont tous de même longueur. Leur mesure est appelée : le diamètre du cercle. Le même mot diamètre peut donc désigner un **segment** ou un **nombre**.

Arc

Un arc de cercle est une **portion de cercle** limitée par deux points.
Voir : [cercle](#), [corde](#).
On peut définir de la même façon un arc d'une courbe quelconque.

Centre

Centre d'un [cercle](#), d'une [sphère](#), d'un [carré](#), d'un [rectangle](#), d'un [losange](#), d'un [parallélogramme](#) : voir ces mots.
Centre de symétrie : voir [symétrie centrale](#).
Centre de gravité : voir [médiannes](#).

Périmètre

Le périmètre d'une ligne fermée est la longueur de cette ligne.
Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.
Dans certains cas, on peut utiliser une formule :
* triangle équilatéral : $p = 3 c$ (où c est la mesure d'un côté) ;
* carré : $p = 4 c$;
* losange : $p = 4 c$;
* rectangle : $p = 2 (L + l)$;
* parallélogramme : $p = 2 (c_1 + c_2)$
(où c_1 et c_2 sont les longueurs de 2 côtés consécutifs).
Le périmètre d'un cercle de rayon r est donné par : $p = 2 \pi r$ (ou d).

Solide

Les solides sont des objets géométriques en trois dimensions (3 D), qui se situent dans l'espace, et non dans un plan. On peut mesurer leur volume.

Parmi les solides particuliers, on peut citer les différents [polyèdres](#), les [cylindres](#), les [cônes](#), la [boule](#) (voir ces mots).

Polyèdre

Un polyèdre est un solide qui a des faces planes polygonales.

Les côtés des faces sont les arêtes du polyèdre ; chaque arête est commune à deux faces.

Les extrémités des arêtes sont les sommets du polyèdre ; chaque sommet est commun à trois arêtes ou plus.

Parmi les polyèdres particuliers, on peut citer : le [cube](#), les [parallélépipèdes](#), les [prismes](#), les [pyramides](#), le [tétraèdre](#), l' [octaèdre](#), le [dodécaèdre](#), l' [icosaèdre](#), le [rhomboèdre](#), etc.

Face

Les faces d'un polyèdre sont des **surfaces** polygonales planes limitées par des **arêtes**.

(Les bijoutiers disent plutôt : facettes.)

Arête

Dans un polyèdre, on appelle arêtes les côtés des faces polygonales.

Chaque arête est commune à deux faces.

Un segment joignant deux sommets d'un polyèdre est soit une arête, soit une diagonale.

Volume

Lorsqu'on évalue l'espace occupé par un solide, on détermine son volume.

On utilise les unités suivantes :

Unité de base : le mètre cube (m^3) qui correspond au volume d'un cube dont les arêtes mesurent 1 m.

Multiples :

* $1 \text{ dam}^3 = 1000 \text{ m}^3$;

* $1 \text{ hm}^3 = 1\,000\,000 \text{ m}^3$;

* $1 \text{ km}^3 = 1\,000\,000\,000 \text{ m}^3$.

Sous-multiples :

* $1 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ m}^3$;

* $1 \text{ cm}^3 = 0,000\,001 \text{ m}^3$;

* $1 \text{ mm}^3 = 0,000\,000\,001 \text{ m}^3$.

Autres unités :

le stère équivaut au m^3 ;

le litre (l) vaut 1 dm^3 ;

multiples : $1 \text{ dal} = 10 \text{ l}$; $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$; $1 \text{ kl} = 1000 \text{ l}$ soit 1 m^3 ;

sous-multiples : $1 \text{ dl} = 0,1 \text{ l}$; $1 \text{ cl} = 0,01 \text{ l}$; $1 \text{ ml} = 0,001 \text{ l}$ soit 1 cm^3 .

Tableau de conversions :

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3			cm^3			mm^3		
				hl	dal	l	dal	l	dl			

Cube

Un cube est un polyèdre à faces carrées.

C'est un parallélépipède rectangle particulier, dont la longueur, la largeur et la hauteur sont égales.

Il a 8 sommets, 12 arêtes de même longueur, 6 faces carrées superposables.

Parallélépipède

Un parallélépipède quelconque est un polyèdre dont les faces sont des parallélogrammes.

Il a 8 sommets, 12 arêtes égales 4 à 4, 6 faces superposables 2 à 2.

Un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) est un polyèdre dont toutes les faces sont des rectangles.

Pyramide

Une pyramide est un polyèdre qui a une base polygonale, et des faces latérales triangulaires. Ces faces latérales ont un point commun : c'est le sommet de la pyramide.

Cylindre

Un cylindre de révolution peut être engendré par un rectangle tournant autour de l'un de ses côtés.

C'est un solide qui a deux bases circulaires (disques) de même rayon, et une surface latérale courbe.

L'axe du cylindre de révolution est le segment qui joint les centres des deux bases. Il est perpendiculaire aux plans des bases.

Sa mesure est la hauteur du cylindre.

Un segment parallèle à l'axe et dont les extrémités appartiennent aux cercles de base est appelé génératrice du cylindre.

La surface latérale peut être déroulée dans un plan. On obtient alors un rectangle. Les dimensions de ce rectangle (largeur et longueur) sont faciles à calculer : l'une est égale à la hauteur du cylindre, l'autre au périmètre de base.

Notons r le rayon d'une base, h la hauteur du cylindre, A l'aire d'une base, A' l'aire latérale, V le volume du cylindre de révolution. On a alors :

$$A = \pi * r^2$$

$$A' = 2 * \pi * r * h$$

$$V = A * h = \pi * r^2 * h$$

Cône

C'est un solide qui a une base circulaire (disque), un sommet et une surface latérale courbe.

Boule

Une boule est un solide limité par une [sphère](#).

Rappelons que la sphère est une surface ; on peut calculer son aire grâce à la formule : $A = 4 \pi r^2$.

La boule est le solide qui se trouve à l'intérieur ; on peut calculer son volume à l'aide de la formule : $V = 4 \pi r^3 / 3$

Prisme

Un prisme est un polyèdre qui a deux faces polygonales (appelées bases) superposables et situées dans deux plans parallèles, et des faces latérales en forme de parallélogrammes.

Si les faces latérales sont des rectangles, le prisme est droit.

Numération

Nombre

Les nombres **entiers naturels** servent à compter les éléments d'un ensemble (objets, personnes, etc.).

Dans notre système de numération, ils s'écrivent de la manière suivante :

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 13 ; 14 ; 15 ; etc.

Cette suite est infinie. (Voir : [infini](#).)

On note \mathbb{N} l'ensemble des nombres entiers naturels.

Bien qu'il existe une infinité de nombres entiers, ils peuvent tous s'écrire à l'aide de dix chiffres seulement en numération décimale. (Voir : [chiffre](#).)

Les nombres **entiers relatifs** servent à faire des comparaisons ou des bilans.

Ils se différencient des nombres entiers naturels par leur signe : + ou - .

Ceux qui ont le signe + sont positifs ; ceux qui ont le signe - sont négatifs. Le nombre 0 est nul.

Les nombres négatifs sont inférieurs à 0 ; les nombres positifs sont supérieurs à 0.

On note \mathbb{Z} l'ensemble des nombres entiers naturels.

L'ensemble \mathbb{N} est une partie (ou un sous-ensemble) de \mathbb{Z} .

Les nombres **décimaux** servent à faire des mesures, par comparaison avec une unité prise comme référence : mesures de longueurs (en mètres par exemple), d'aires, de volumes, de masses, prix (en € par exemple), etc.

Ils peuvent être obtenus en divisant un nombre entier par une puissance de dix (10, 100, 1000, 10 000, 100 000, etc.).

Ils peuvent éventuellement être relatifs (pourvus d'un signe) si on veut introduire des bilans.

Exemple : 125,3647 est un nombre décimal ; sa partie entière est 125 ; sa partie décimale est 3647. Il est égal au quotient de 1 253 647 par 10 000.

Leur partie décimale, comme leur partie entière, a toujours une longueur finie.

On note \mathbb{D} l'ensemble des nombres décimaux relatifs.

\mathbb{Z} est un sous-ensemble de \mathbb{D} .

Les nombres **rationnels** apparaissent dans les problèmes de partage ; ce sont des nombres qui peuvent s'écrire sous la forme de quotients de nombres entiers, autrement dit sous forme fractionnaire. (Voir : [fraction](#).)

Quand on veut écrire un nombre rationnel sous forme décimale, on obtient soit une suite décimale finie, soit une suite infinie ; dans le second cas, il existe une séquence de chiffres qui se reproduit indéfiniment.

Ex. :

* $3 / 4 = 0,75$ (suite finie : ce nombre est décimal) ;

* $11 / 7 = 1,571428571428571428...$ (suite infinie : la séquence de six chiffres 571428 se reproduit indéfiniment ; ce nombre n'est pas décimal) .

On note \mathbb{Q} l'ensemble des nombres rationnels.

\mathbb{D} est un sous-ensemble de \mathbb{Q} .

Dans un nombre **réel**, la suite décimale peut être finie ou non, périodique ou non.

Dans l'Antiquité, on utilisait seulement les nombres entiers et rationnels ; les décimaux et les réels étaient inconnus.

C'est à l'époque de Pythagore que l'étude des racines carrées a montré l'insuffisance des rationnels : en effet, un nombre comme $\sqrt{2}$, par exemple, ne peut pas s'écrire sous forme de fraction. Ce nombre est dit "irrationnel" (mot mal choisi !).

Parmi les nombres réels, certains sont "algébriques" (ce qui veut dire que ce sont des solutions d'équations simples, à coefficients rationnels, faisant intervenir les quatre opérations de base et les puissances) ; par exemple, est algébrique. Ceux qui ne sont pas algébriques sont dits "transcendants". C'est le cas du nombre π .

On note \mathbb{R} l'ensemble des nombres réels.

\mathbb{Q} est un sous-ensemble de \mathbb{R} .

Les nombres **complexes** font intervenir un nombre dit "imaginaire" : $i = \sqrt{-1}$. Cette idée peut sembler absurde, puisqu'aucun nombre réel ne peut avoir un carré négatif. Pourtant, les nombres complexes (ayant une partie réelle et une partie imaginaire) peuvent s'interpréter géométriquement, et ils complètent les nombres réels d'une manière particulièrement simple. Ils sont un outil très efficace pour résoudre de nombreux problèmes géométriques ou algébriques : cette efficacité est bien réelle, et pas du tout imaginaire !

On note \mathbb{C} l'ensemble des nombres complexes.

\mathbb{R} est un sous-ensemble de \mathbb{C} .

Il existe d'autres types de nombres : les quaternions, les nombres p-adiques, etc.

Un nombre est nul s'il est égal à 0.

Le nombre 0 est neutre pour l'addition, absorbant pour la multiplication.

Il est égal à son opposé.

Il n'a pas d'inverse.

Chiffre

De même que les lettres servent à écrire les mots, les chiffres sont des symboles qui servent à écrire les nombres.

Dans l'histoire, chaque civilisation a inventé des chiffres adaptés à son système de numération : chiffres romains, chiffres mayas ...

Dans le système de numération décimale, tous les nombres s'écrivent à l'aide de dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ce sont les chiffres arabes.

Dans le système de numération binaire (de base deux), tous les nombres s'écrivent à l'aide de deux chiffres : 0 et 1.

Dans le système hexadécimal (de base seize), on utilise seize chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F. (A vaut dix, B vaut onze, C vaut douze, D vaut treize, E vaut quatorze, F vaut quinze).

Numération

Un système de numération permet d'écrire les nombres, en utilisant d'une part une liste finie de symboles appelés chiffres, et d'autre part des règles codifiées concernant la manière de combiner ces chiffres.

Le problème de la numération, c'est que la liste des nombres est infinie, et qu'on désire pouvoir les écrire tous à l'aide d'un ensemble fini de chiffres.

Tous les systèmes de numération inventés au cours de l'histoire ont utilisé un nombre privilégié choisi comme base : 60 en Mésopotamie, 20 chez les Maya, par exemple.

La numération romaine était basée sur le nombre dix, mais elle ne connaissait ni le zéro ni le système de position, et n'était pas pratique ; elle a été supplantée au début du XII^{ème} siècle par la numération arabe, beaucoup plus souple.

Dans notre numération décimale actuelle, basée sur les chiffres arabes, on utilise un système de position qui fait qu'un même chiffre change de valeur selon l'endroit où il se trouve : par exemple, le même chiffre 3 représente trois unités dans le nombre 1053, il représente trois dizaines dans 2130, trois centaines dans 5302, etc. Le chiffre 0 joue un rôle clé, en permettant de régler les décalages.

Le système décimal est basé sur la suite géométrique des puissances de dix : 1, 10, 100, 1000, 10000, ...

Sur ce modèle, on a créé le système binaire, basé sur la suite des puissances de deux : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

Le système hexadécimal est basé sur les puissances de seize : 1, 16, 256, ...

Le système binaire et le système hexadécimal sont couramment utilisés par les informaticiens.

Calcul

Le calcul numérique est un ensemble de techniques permettant d'obtenir des résultats (numériques) à partir de données (également numériques).

Ces techniques comprennent les opérations de base (addition, soustraction, multiplication, division, puissances, racines) ainsi que d'autres procédés plus sophistiqués (calcul matriciel, calcul infinitésimal, calcul intégral, calcul différentiel ...) et l'immense famille des fonctions (sinus, cosinus, tangente, cotangente, exponentielles, logarithmes, fonctions hyperboliques, fonctions elliptiques ...).

Opération

Une opération est un procédé qui, à deux nombres donnés, fait correspondre un troisième nombre : le résultat de l'opération.

L'addition est l'une des quatre **opérations** de base de l'**arithmétique**.

Son signe opératoire est : + .

Les nombres qu'on additionne sont **les termes**.

Le résultat de l'addition est appelé : **somme**.

Exemple : $3 + 2 = 5$

Les nombres 3 et 2 sont les termes, et le nombre 5 est la somme.

Une addition est une opération qui, à deux nombres quelconques, associe leur somme :

$5 + 3 = 8$ (8 est la somme de 5 et 3).

La soustraction est une opération qui, à deux nombres quelconques, associe leur différence

Son signe opératoire est : -

Le résultat d'une soustraction est appelé : **différence**.

Exemple : $15 - 8 = 7$

Le nombre 7 est la différence ; 15 et 8 sont **les termes**.

La soustraction se définit par rapport à l'addition : la différence $a - b$, c'est le nombre c qui, ajouté à b , donne a .

Donc l'égalité : $a - b = c$ équivaut à : $c + b = a$.

Ex. : $15 - 8 = 7$ car $7 + 8 = 15$.

La multiplication est une opération qui, à deux nombres quelconques, associe leur produit

Son signe opératoire est : X

Le résultat d'une multiplication est appelé : **produit**. Les nombres qu'on multiplie sont **les facteurs**.

Quand on multiplie deux facteurs, le premier est le multiplicande et le second est le multiplicateur.

$6 \times 5 = 30$ (30 est le produit de 6 et 5).

La division est une opération qui, à deux nombres quelconques, associe leur quotient

Son signe opératoire est : : ou /

La division $a : b = c$ peut s'écrire aussi $a / b = c$.

Le nombre a est le **dividende**, b est le **diviseur** (jamais nul !), et c est le **quotient**.

Une division euclidienne est une division dont le dividende, le diviseur et le reste sont des entiers naturels. Elle peut avoir un **reste** (également entier).

Résultat

On appelle résultat l'aboutissement d'un calcul (une ou plusieurs opération(s)).

Le résultat d'une addition est appelé **somme** ;

le résultat d'une soustraction est appelé **différence** ;

le résultat d'une multiplication est appelé **produit** ;

le résultat d'une division est appelé **quotient**.

Ordre

Dans un ensemble de nombres, on définit deux relations d'ordre :

* Inférieur ou égal (\leq) ;

* Supérieur ou égal (\geq).

(Une relation d'ordre est une relation réflexive, antisymétrique et transitive).

Moyenne

Pour calculer la moyenne de plusieurs nombres (ou "termes"), on les additionne, puis on divise le résultat par le nombre de termes.

Égalité

Égalités de nombres :

Dire que deux nombres sont égaux revient à dire qu'il s'agit d'un seul et même nombre.

Les deux **membres** de l'égalité représentent le même nombre écrit de deux façons différentes. C'est une identité.

Les expressions situées dans les deux membres de l'égalité représentent la même chose ; elles sont interchangeables.

Égalités d'ensembles :

Deux ensembles sont égaux s'ils possèdent les mêmes éléments ; autrement dit, s'il s'agit du même ensemble.

Ceci s'applique aux figures géométriques, qui sont des ensembles de points.

Par exemple, dire que deux segments sont égaux signifie, en principe, que c'est le même segment.

On dit quelquefois que deux segments sont égaux pour indiquer seulement qu'ils ont la même longueur : c'est un abus de langage. Ce n'est pas parce que deux personnes ont la même taille, qu'il s'agit nécessairement d'une seule et même personne.

Élément

Un ensemble est formé d'éléments. Il peut s'agir de nombres, de points, ou d'objets quelconques. Voir : [ensemble](#).

Ensemble

Un ensemble est formé d'**éléments** (nombres, points, objets quelconques ...) **non ordonnés**.

Si un ensemble A a pour éléments les nombres 5, 11, 24 et 32, on écrit :

$A = \{5 ; 11 ; 24 ; 32\}$ (où les éléments sont écrits dans un ordre quelconque).

On dit que 5 est un élément de A , ou que 5 **appartient** à A .

On écrit : $5 \in A$.

Un ensemble qui n'a aucun élément est appelé : **ensemble vide**. Notation : $\{ \} = \emptyset$.

Inclusion :

Si tous les éléments de l'ensemble A appartiennent aussi à l'ensemble B , on dit que A est inclus dans B , ou que A est un **sous-ensemble** de B .

Intersection :

L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble formé des éléments communs à A et B .

Si deux ensembles n'ont aucun élément commun, leur intersection est vide. On dit que ces ensembles sont disjoints.

Réunion :

La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble qui a pour éléments tous les éléments de A et tous les éléments de B .

Complémentaire :

Si A est inclus dans B , le complémentaire de A par rapport à B est l'ensemble qui a pour éléments tous les éléments de B qui n'appartiennent pas à A .

Encadrement

Si un nombre n'est pas connu de manière exacte, on peut essayer de le situer **entre deux valeurs approchées**, l'une **par défaut**, l'autre **par excès**.

Entier

Les nombres entiers naturels sont les nombres qu'on utilise **pour compter** des personnes ou des objets : zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, etc.

Cet ensemble est infini, en ce sens qu'il nous est impossible de fixer une limite à cette liste : si on me présente un nombre comme étant le plus grand de tous, il me suffit d'ajouter 1 pour en obtenir un plus grand encore.

Masse

La masse est une notion physique, et non mathématique ; elle est liée à la présence de matière (ou, plus précisément, à la "quantité" de matière, si on peut dire).

Le lien entre la masse et l'énergie a été mis en évidence par la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

L'unité de base est le gramme (g).

Ses multiples sont :

- * le décagramme : $1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$;
- * l'hectogramme : $1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$;
- * le kilogramme : $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$.

Ses sous-multiples sont :

- * le décigramme : $1 \text{ dg} = 0,1 \text{ g}$;
- * le centigramme : $1 \text{ cg} = 0,01 \text{ g}$;
- * le milligramme : $1 \text{ mg} = 0,001 \text{ g}$.

Le kilogramme correspond à la masse d'un litre d'eau.

Le quintal (q) vaut 100 kg.

La tonne (t) vaut 1000 kg.

Représentations mathématiques

Schéma

Un schéma est un dessin destiné à faire comprendre une situation et à communiquer des informations.

Alors que la figure reflète la réalité de la manière la plus fidèle possible, le schéma s'en écarte, et fait davantage appel au langage symbolique : il simplifie la réalité, et utilise des signes, symboles, codages dont la signification est convenue.

Figure

En géométrie, une figure est un dessin destiné à visualiser une situation de manière aussi fidèle que possible.

Les objets mathématiques (géométriques) sont des abstractions dérivées du monde matériel ; la figure est un retour au concret.

Une figure géométrique est toujours imparfaite.

Graphique

De nombreuses situations mathématiques (numériques) peuvent être illustrées graphiquement, c'est-à-dire par des dessins.

Diagramme

Un diagramme est un dessin permettant de comparer facilement des mesures ou des quantités quelconques.

En statistique, on utilise souvent les diagrammes à bandes (histogrammes), les diagrammes à secteurs circulaires ("camemberts"), etc.